b) $f(x) = k.e^{2x} - k'.e^{x}$

$f'(x) = 2k.e^{2x} - k'.e^{x}$

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f'(0) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k - k' = 1 \\ 2k - k' = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k' = 1 \end{cases}$$

d'où $f(x) = 2e^{2x} - e^{x}$

$f_1(x) = 2e^{2x}$; $f_2(x) = e^{x}$

c) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} (2e^{2x} - e^{x}) = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} e^{x}(2e^{x} - 1) = +\infty$

d) $f(x) = 0 \Leftrightarrow e^{x}(2e^{x} - 1) = 0$

$\Leftrightarrow 2e^{x} - 1 = 0$ car $e^{x} \neq 0$

$\Leftrightarrow e^{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\text{Ln}2$

$(\mathcal{C}_f) \cap (o,\vec{i})$ est le point d'abscisse $(-\text{Ln}2)$

3) $t < -\text{Ln}2$

a) $\mathcal{A}(t) = -\int_t^{-\text{Ln}2} f(x)dx = \int_{-\text{Ln}2}^{t} f(x)dx$

$= [e^{2x} - e^{x}]_{-\text{Ln}2}^{t}$

$\mathcal{A}(t) = (e^{2t} - e^{t} + \frac{1}{4})$ u.a

b) * $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathcal{A}(t) = \frac{1}{4}$

* $\int_{-\text{Ln}2}^{0} f(t)dt = [e^{2t} - e^{t}]_{-\text{Ln}2}^{0} = \frac{1}{4}$

D'où : $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathcal{A}(t) = \int_{-\text{Ln}2}^{0} f(t)dt$

* $B = \int_{-\text{Ln}2}^{0} f(t)dt$: représente l'aire de la partie du plan limitée par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -\text{Ln}2$ et $x = 0$

lorsque $t \longrightarrow -\infty$, $\mathcal{A}(t) \longrightarrow B$

EXERCICE 25 :

1) – a) (E) : $y' = -\frac{3}{4}y$

Les solutions sont les fonctions définies sur IR par : $h(x) = k.e^{-\frac{3}{4}x}$; $k \in IR$

b) $f(x) = k.e^{-\frac{3}{4}x}$; $k \in IR$

$f'(x) = -\frac{3}{4}k.e^{-\frac{3}{4}x}$; $k \in IR$

$f'(0) = -6 \Longrightarrow -\frac{3}{4}k = -6 \Longrightarrow k = 8$

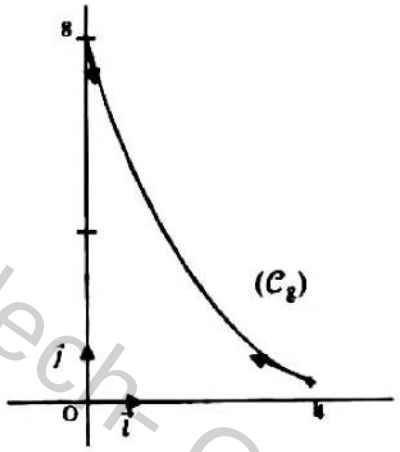
d'où :

$f(x) = 8\,e^{-\frac{3}{4}x}$

2) – a) $g(x) = 8\,e^{-\frac{3}{4}x}$; $x \in [0,4]$

$g'(x) = -6\,e^{-\frac{3}{4}x}$

x	0	4
$g'(x)$	-	
$g(x)$	8 ↘	$\frac{8}{e^3}$



b) $V = \pi.\int_0^4 g^2(x)dx$

$V = \pi.\int_0^4 64.e^{-\frac{3}{2}x}dx = 64.\pi\left[-\frac{2}{3}e^{-\frac{3}{2}x}\right]_0^4$

$V = \frac{128}{3}(1 - \frac{1}{e^6})\pi$ (u.v)

Remarque : lorsque : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$ cm

$V = \frac{128}{3}(1 - \frac{1}{e^6})\pi$ cm^3

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn